

# **Validierung eines Zinsprognosemodells**

Univ.-Prof. Dr. Kurt Hornik  
Univ.-Prof. Dr. Stefan Pichler  
Unter Mitarbeit von Kevin Kurt, MSc

Jänner 2018

**Im Auftrag des Bundesministeriums für Finanzen**

# 1 Auftrag und Gegenstand des Gutachtens

Die Österreichische Bundesfinanzierungsagentur Ges.m.b.H. (ÖBFA) hat ein neues Zinsprognosemodell entwickelt, das im Bundesministerium für Finanzen für die mittelfristige Budgetplanung eingesetzt werden soll. Dieses Modell liefert für beliebige Zeitpunkte in der Zukunft Prognosen für die Erwartungswerte und die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das gesamte relevante Laufzeitspektrum an Zinssätzen für die Staatschuld. Das Modell basiert auf einer einfachen Parametrisierung der Zinskurve („Diebold-Li“), wobei die entsprechenden Modellparameter durch Zeitreihenmodelle unter Einschluss mehrerer Kovariate (Makrodaten, Markteinschätzungen) prognostiziert werden.

Wir wurden am 17. November 2017 beauftragt ein Gutachten zur Validierung dieses Zinsprognosemodells zu erstellen. Wir kommen diesem Auftrag durch Vorlage dieses Gutachtens gerne nach.

Wir erstellen dieses Gutachten auf Basis folgender uns von der ÖBFA zur Verfügung gestellten Unterlagen bzw. Informationen.

- Dokumentation des Makro-Finance Modells der ÖBFA (Version vom 14. 11. 2017)
- R – Projekt „zinsmodellierung.Rproj“ (Version vom 16. 11. 2017), sowie zugehörige R-Skripten und Daten, insbesondere: tägliche EONIA Rate und EUR Swap Rates vom 04. 01. 1999 bis 29. 09. 2017 (für folgende Restlaufzeiten in Jahren: 0,25; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 30), sowie Europäische Makrovariablen: monatliche Inflation vom Juni 1999 bis September 2017, sowie jährlicher Output Gap von 1999 bis 2017.
- Mündliche Informationen im Rahmen von gemeinsamen Workshops am 13. 10. 2017, 24. 10. 2017, 30. 10. 2017, 6. 11. 2017 und 19. 1. 2018.

Der in diesem Gutachten vorgelegte Validierungsbericht ist folgendermaßen aufgebaut. Zuerst wird in einer Zusammenschau aller Modellkomponenten die grundsätzliche Eignung des gesamten Modells beurteilt. Dann werden in den Folgeabschnitten die einzelnen Modellkomponenten separat analysiert; das sind

- Interpolation und Faktorisierung der Zinsstruktur („Nelson-Siegel“)
- Eignung der makroökonomischen Variablen
- Prognosemodell für EUR Swap Rates („VAR Modell“)
- Kalibrierung auf Primary Dealer Quotes

- Regime Switch
- Prognose der Spreads zur Zinskurve für österreichische Bundesanleihen

Die ersten drei Modellkomponenten umfassen den rein quantitativen Kern des Zinsprognosemodells für EUR Swap Rates. Dadurch sind wir auch in der Lage dafür einen Backtest auf Basis historischer Zinsdaten anhand geeigneter statistischer Methoden und ein einfaches Benchmarking durch Vergleich mit der Prognosequalität des bisher verwendeten Prognosemodells (Forward Rates) und einem zusätzlichen einfachen Benchmarkmodell durchzuführen.

Die drei weiteren Modellkomponenten basieren teilweise auch auf qualitativen Modellen oder es stehen nicht ausreichend viele historische Daten zur Verfügung, um die Modellqualität statistisch zu analysieren. Demgemäß erfolgt eine qualitative Validierung auf Basis einer allgemeinen Einschätzung der statistischen Qualität der Modellkomponenten in Verbindung mit unserer Experteneinschätzung des institutionellen und wirtschaftlichen Umfelds.

## 2 Validierungsbericht

### 2.1 Gesamthafte Modellbeurteilung

Das zur Validierung vorliegende Zinsprognosemodell soll vom Auftraggeber dafür eingesetzt werden, um Zinssätze für österreichische Bundesanleihen für einen Zukunftshorizont von bis zu 21 Quartalen zu prognostizieren. Neben den entsprechenden Punktprognosen soll auch jeweils die gesamte Wahrscheinlichkeitsverteilung der jeweiligen Zinssätze für den jeweiligen Prognosehorizont abgeschätzt werden. Die prognostizierten Zinssätze sollen zur Abschätzung zukünftiger Zinsbelastungen für den österreichischen Staatshaushalt verwendet werden.

Aus Sicht der empirischen finanzwirtschaftlichen Literatur handelt es sich bei dieser Aufgabe wohl um eines der herausforderndsten Probleme in der Prognose finanzwirtschaftlicher Zeitreihen. Es sind vier aufgabeninhärente Problemfelder, die hier eine ganz besondere Rolle spielen.

- Die zu prognostizierenden Zeitreihen sind häufig einem **Random Walk** sehr ähnlich, dh erfahrungsgemäß ist die Entwicklung von Zinszeitreihen überwiegend zufallsgetrieben und ganz allgemein sehr schwer prognostizierbar.
- Es sollen Prognosen über **Entwicklungspfade** (und Wahrscheinlichkeitsverteilungen) erstellt werden, dh der Prognose muss ein gesamtes Modell über einen Zufallsprozess zugrunde liegen.
- Es sollen Zinssätze für beliebige Laufzeiten – also gesamte **Zinskurven** – prognostiziert werden, dh es müssen Prognosen für Werte erstellt werden, die auch im Querschnitt gewissen ökonomischen Bedingungen genügen müssen (vor allem der Arbitragefreiheit).
- Während sich Zinssätze innerhalb eines notenbankpolitischen Regimes überwiegend zufallsgetrieben verhalten, kommt es bei einem Regime Switch in der **Zinspolitik der Notenbank** zu massiven Veränderungen im Verlauf und statistischem Verhalten der Zinskurve. Dieser Regime Switch erfolgt – wie die Vergangenheit zeigt – in der Regel nicht kontinuierlich sondern (meist unerwartet) sprunghaft.

Der Vollständigkeit halber sei an dieser Stelle auch erwähnt, dass es ein fünftes, durchaus relevantes Problemfeld gibt, nämlich ein institutionell vorgegebenes Endogenitätsproblem. Wenn ein Marktteilnehmer seine Entscheidungen anhand seiner Zinsprognosen ausrichtet und gleichzeitig dieser Marktteilnehmer durch seine Handlungen (Käufe, Verkäufe bzw. Emissionen) den Markt selbst nicht vernachlässigbar beeinflusst, liegt ein Endogenitätsproblem vor. Wir können in diesem

Anwendungsrahmen zwar davon ausgehen, dass die Entscheidungen des Bundes bzw. der ÖBFA nicht die EUR Zinskurve per se beeinflussen werden, müssen jedoch beachten, dass Handlungen des Bundes bzw. der ÖBFA die Bonität der Republik Österreich beeinflussen können und damit zumindest den Spread zwischen den Zinsen für die österreichische Staatsschuld und dem durchschnittlichen EUR Zinsniveau. Für den wesentlichen Teil des zu validierenden Prognosemodells ist dieses Problemfeld daher ohne Relevanz; in Abschnitt 2.7 werden wir darauf jedoch noch entsprechend eingehen.

Es ist sehr wichtig an dieser Stelle zu sehen, dass aufgrund der oben beschriebenen Problemfelder keine besonders großen Erwartungen in die Güte solcher Zinsprognosen gerichtet sein sollen. Es zeigt die wissenschaftliche Literatur zu diesem Thema auch für viele internationale Märkte, dass die Qualität von Prognosen – vor allem für gesamte Zinskurven und längere Entwicklungspfade – eher bescheiden ist (vgl. Bolder 2006, sowie Bolder und Liu 2007). Im aktuellen Zinsumfeld kommt noch erschwerend dazu, dass von vielen Marktteilnehmern eine Abkehr der EZB von der gegenwärtigen – sicherlich als im historischen Vergleich als extrem einzustufenden – Zinspolitik erwartet wird, wobei es kaum zuverlässige Anhaltspunkte für eine Einschätzung des Zeitpunkts für diese Politikänderung zu geben scheint.

Die ÖBFA hat in den letzten Jahren ein Zinsprognosemodell entwickelt, das auf Basis des aktuellen Standes der wissenschaftlichen Literatur und ihrer intensiven Marktkenntnis versucht, die oben beschriebenen Problemfelder so gut wie möglich zu adressieren. Dieses Modell kommt in der ÖBFA für die tägliche Arbeit im Schuldenmanagement des Bundes bereits – laut Auskunft der ÖBFA erfolgreich – zum Einsatz, wobei die ÖBFA für ihre Zwecke nur Prognosen für EUR Zinssätze benötigt, dh die Modellkomponente Spreads für österreichische Bundesanleihen kommt primär für die Zwecke des Auftraggebers zum Einsatz. Damit erfüllt das zu validierende Modell weitgehend die Anforderung eines *Use Tests*, weil sich das Modell (zumindest fünf seiner sechs Komponenten) im praktischen Einsatz – laut Auskunft der ÖBFA - bereits bewährt hat. Es war außerhalb des Auftragsumfangs dieses Gutachtens die Bewährung des Modells zu überprüfen, wir erwähnen diesen Umstand an dieser Stelle dennoch explizit, weil es unserer Ansicht nach ein wesentliches Element einer gesamthaften qualitativen Beurteilung darstellt.

Das Zinsprognosemodell der ÖBFA baut auf der Idee auf, dass gesamte Zinskurven in ihrer Dynamik durch wenige (in diesem Fall der Literatur folgend drei) Faktoren ausreichend beschrieben werden können. Es werden dann genau diese Faktoren auf Basis ihrer eigenen Zeitreihen (autoregressives Modell) und der Zeitreihen von ausgewählten makroökonomischen Variablen (Output Gap und

Inflation in der Eurozone, EONIA Zinssatz) prognostiziert und die einzelnen Zinssätze für beliebige Laufzeiten auf der Zinskurve durch Verwendung des betreffenden Faktorisierungsmodells berechnet. Diese Vorgangsweise erlaubt einerseits eine Modellierung durch geeignete Zufallsprozesse und andererseits werden dadurch für alle Prognosehorizonte auch „sinnvolle“ Zinskurvenverläufe prognostiziert.

Die ÖBFA verwendet zur Faktorisierung das Modell von Diebold und Li, das in den letzten 15 Jahren in der wissenschaftlichen Literatur ein gewisser Standard geworden ist (vgl. Gasha et al. 2010). Als Input für dieses Modell werden EUR Swap Rates verwendet, die mithilfe dieses Modells in drei Faktoren übergeleitet werden. Für diese Faktoren werden dann – wieder der Literatur folgend - Entwicklungspfade anhand eines linearen vektor-autoregressiven Verfahrens (VAR) unter Einschluss der makroökonomischen Variablen prognostiziert.

Dieser Teil des Zinsprognosemodells ist der Kern des Verfahrens und lehnt sich sehr stark an den aktuellen Stand der Literatur in Wissenschaft und Praxis an. Es gibt aus unserer Sicht keinen Hinweis darauf, dass aus ex ante Sicht alternative Prognosemodelle bessere Ergebnisse liefern könnten. Die Frage, ob Prognosemodelle dieser Art aufgrund der oben beschriebenen Problemfelder, insb. der Random Walk Eigenschaft von Zinszeitreihen, überhaupt bessere Ergebnisse liefern als ein einfaches Fortschreiben des letzten beobachtbaren Wertes, lässt sich nur empirisch beantworten (siehe Abschnitt 2.4). In Summe können damit die ersten drei Modellkomponenten aus rein modelltheoretischer Sicht als absolut state-of-the-art und zweckgemäß beurteilt werden.

Die ÖBFA verwendet allerdings die aus diesem VAR Modell geschätzten Werte nicht direkt, sondern vergleicht diese zunächst mit Prognosewerten, die sie von ihren Primary Dealers erhält. Um Abweichungen zu diesen Prognosen, die nur für kurze Prognosehorizonte vorliegen, zu minimieren, werden bestimmte Parameter des VAR Modells (insb. Mittelwerte für die makroökonomischen Variablen) auf die Primary Dealer Quotes kalibriert.

Diese Vorgangsweise versucht das Expertenwissen ausgewählter Marktteilnehmer in die Prognose mit aufzunehmen. So ein Vorgehen – auf sogenannte Konsensusschätzungen von Experten aufzubauen – ist nicht nur bei Zinsprognosen weit verbreitet, sondern kommt auch bei Währungsprognosen oder Credit Ratings häufig zum Einsatz. Aufgrund des transparenten und exakt definierten Verfahrens ist auch eine bewusste Manipulation einer Prognoserechnung so gut wie ausgeschlossen (die aufgrund der Durchschnittsbildung ohnehin auch technisch schwer möglich wäre). Auch diese Modellkomponente ist aus modelltheoretischer Sicht positiv zu beurteilen.

Die endgültigen Prognosepfade für die EUR Swap Rates erhält die ÖBFA erst durch die Anwendung der fünften Modellkomponente, der Modellierung des Regime Switch. Zu diesem Zweck werden die Parameter des VAR Modells anhand von zwei unterschiedlichen Perioden für die historischen Zeitreihen geschätzt. Die Daten ab dem August 2012 werden verwendet, um die Parameter des „EZB Regimes“ zu schätzen. Die Parameter der gesamten verfügbaren Zeitreihe seit Jänner 1999 werden zur Schätzung des „Normalregimes“ verwendet. Dann legt die ÖBFA durch Expertenmeinung einen Zeitpunkt fest, ab dem für die Prognose nicht mehr auf das aktuelle EZB Regime sondern auf das Normalregime zurückgegriffen wird.

Diese Vorgangsweise ist zwar aus einigen Gesichtspunkten angreifbar, unserer Auffassung nach allerdings ganz allgemein nahezu alternativlos. Es existieren keine ausreichend langen historischen Zinszeitreihen, innerhalb derer ausreichend viele Regime Switches stattgefunden haben, um sinnvolle statistische Modelle dafür zu rechnen. Man ist also dazu gezwungen aufgrund qualitativer Überlegungen einen Eintrittszeitpunkt für den Regime Switch abzuschätzen. Die Frage, welcher Zeitpunkt hierfür gewählt wird, und auf welcher Datenbasis man die Parameter für die jeweiligen Regimes ermittelt, können natürlich sehr wohl einer kritischen Würdigung unterzogen werden (vgl. Abschnitt 2.6). Auch diese Modellkomponente ist aus modelltheoretischer Sicht positiv zu beurteilen.

Die sechste Modellkomponente ist die Modellierung des Spreads zwischen den Zinssätzen für österreichische Bundesanleihen und der EUR-Swapkurve. Ökonomisch betrachtet reflektiert dieser Spread zwei relevante Faktoren: (i) Den Bonitätsunterschied zwischen österreichischen Bundesanleihen und EUR-Swaps aus Sicht des Finanzmarkts und (ii) allfällige Liquiditätseffekte. Dazu kommt noch das oben bereits angesprochene Endogenitätsproblem, dh dass auf der betreffenden Zinsprognose basierende Entscheidungen der ÖBFA bzw. des Bundesministeriums für Finanzen selbst wieder die zukünftigen Spreads beeinflussen können (in dem sich die Republik Österreich etwa deutlich mehr oder weniger verschuldet und sich damit die Markteinschätzung der Bonität Österreichs ändert). Wir gehen in der Folge davon aus, dass die Budgetpolitik des Bundes, für die dieses Zinsprognosemodell zur Anwendung kommen soll, darauf ausgerichtet sein wird, dass sich die Bonität Österreichs verbessert bzw. zumindest stabil gehalten wird. Man sieht auch anhand der empirischen Zeitreihen dieser Spreads (vgl. Anhang, Figure 20), dass für sehr lange Zeiträume (im Wesentlichen bis zur Finanzkrise 2008/09 und nach 2014 bis heute) die Spreads sehr stabil in einem Bereich rund um 20 bp liegen und kaum größere Ausreißer zu beobachten sind (einzelne – möglicherweise liquiditätsbedingte – Ausreißer sind für die Zwecke dieser Anwendung unerheblich, da die ÖBFA es immer vermeiden wird können, Bundesanleihen an Tagen mit unüblich hohen

Spreads zu emittieren). Im Prinzip sieht man in der Zeitreihe der Spreads, dass es zwei punktuelle Ereignisse gegeben hat (Interview von Paul Krugman über einen drohenden Staatsbankrott Österreichs im April 2009 und die Diskussion über eine mögliche Insolvenz des Bundeslandes Kärnten im Zuge der Abwicklung der Hypo Alpe Adria Bank 2013/14), die den Spread stark verschlechtert haben und die auch über mehrere Monate persistent gewesen sind. Dadurch entsteht eine empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung der Spreads, die stark asymmetrisch (rechtsschief) und leptokurtisch und daher nicht – wie oft üblich – durch eine Normalverteilung approximiert werden kann.

Im vorliegenden Zinsprognosemodell wird die Verteilung der Spreads durch eine Verteilung mit den entsprechenden gewünschten Eigenschaften (Rechtsschiefe, erhöhte Kurtosis) – einer Chi-Quadrat-Verteilung mit drei Freiheitsgraden – approximiert. Diese Vorgangsweise ist a priori in Ordnung, es ist allerdings wiederum eine rein empirisch zu beantwortende Frage, wie diese Approximation aus statistischer Sicht zu beurteilen ist.

## **2.2 Interpolation und Faktorisierung der Zinsstruktur („Nelson-Siegel“)**

Die ÖBFA greift bei der Faktorisierung der Zinsstruktur auf das von Diebold und Li (2006) erstmals vorgestellte Modell zurück, für das vor allem für die USA und Kanada ausführliche empirische Evidenz vorliegt und das auch für europäische Märkte vielfach zur Anwendung kommt. Das Modell von Diebold-Li besteht im Wesentlichen aus zwei Schritten. Zunächst wird die Zinskurve für jeden Beobachtungszeitpunkt als Funktion des Zinssatzes von seiner Laufzeit durch eine Funktion mit vier Parametern ausgedrückt. Diese Funktion geht auf eine Arbeit von Nelson und Siegel (1985) zurück und hat drei sehr wichtige Eigenschaften:

- Drei der vier Parameter sind als Level, Steigung und Krümmung der Zinskurve ökonomisch sehr gut zu interpretieren. Der vierte Parameter  $\lambda$  ist etwas schwerer zu interpretieren und beschreibt in etwa die Lokation der Krümmung in der Zinskurve.
- Für ein fixiertes  $\lambda$  können anderen Parameter durch ein rechenzeiteffizientes lineares Modell berechnet werden.
- Für „übliche“ Parameterwerte ist sichergestellt, dass die so modellierte Zinskurve immer arbitragefrei ist. Dies hängt auch davon ab, welche Darstellungsform der Zinssätze (Forward Rates, Swap Rates, Zero Coupon Rates) durch die Nelson-Siegel Funktion dargestellt werden. Im Wesentlichen gilt, dass man davon ausgehen kann, dass derart modellierte Zinskurven zumindest annähernd arbitragefrei sind.



Die ÖBFA verwendet analog zu Diebold-Li vereinfachend einen globalen Wert für  $\lambda$  für alle Zeitpunkte, die ins Schätzverfahren einfließen. Dieser Wert wird – ebenfalls Diebold-Li folgend – aufgrund einer ökonomischen Überlegung bestimmt, die sicherstellt, dass die Auswirkung der Zinskurvenkrümmung in einem gewünschten Laufzeitsegment am größten ist. Dadurch verliert man tendenziell an Genauigkeit in der Interpolation. Die Frage, ob diese Vereinfachungen und die Wahl der Nelson-Siegel Funktion per se auf die Qualität des Prognosemodells Auswirkungen haben können, kann nur empirisch beantwortet werden.

Die Ergebnisse unserer empirischen Analysen dazu sind im Anhang, Abschnitt 2 dargestellt. Zusammenfassend lässt sich zeigen, dass das Interpolationsverfahren der ÖBFA die Zinskurven im Schätzzeitraum mit einer mittleren quadratischen Abweichung von 7.51 Basispunkten (bp) erklärt. Diese Abweichung ist von der Größenordnung sehr klein und entspricht langjährigen Erfahrungswerten für sehr gute Interpolationsergebnisse. Wir zeigen auch, dass die Verwendung eines zwar globalen, aber ohne jede Nebenbedingung optimalen  $\lambda$ , nur eine Verbesserung der Genauigkeit auf 7.31 bp bringt. Selbst eine Neuoptimierung von  $\lambda$  für jeden Beobachtungszeitpunkt würde den Fehler nur auf 6.14 bp reduzieren.

Wir können aus diesem Ergebnis und aus den weiteren im Anhang, Abschnitt 2, dargestellten Analysen und Robustheitschecks schließen, dass das von der ÖBFA verwendete Verfahren zur Faktorisierung der Zinsstruktur sehr gut für die Zwecke des vorliegenden Zinsprognosemodells geeignet ist.

### **2.3 Eignung der makroökonomischen Variablen**

Die ÖBFA verwendet als Input für ihr eigentliches Prognoseverfahren (VAR Modell) neben den Zeitreihen der aus der Nelson-Siegel Faktorisierung gewonnenen Zeitreihen der drei Parameter Level, Steigung und Krümmung der Zinskurve (der vierte Parameter  $\lambda$  wird ja als konstant angenommen) auch die Zeitreihen von drei makroökonomischen Variablen. Es kommen folgende Variable zum Einsatz:

- Der Output Gap in der Eurozone
- Die Inflationsrate in der Eurozone
- Der EONIA Zinssatz für EUR

Auch bei dieser Vorgangsweise folgt die ÖBFA einem Teil der wissenschaftlichen Literatur (vgl. Ang und Piazzesi 2003, sowie Diebold, Rudebusch und Aruoba 2006) und die makroökonomische Theorie, dass solche makroökonomischen Variablen die wesentlichen Einflussgrößen für die Zinskurve sind. Dem können allerdings zwei Argumente entgegengehalten werden, die in diesem Zusammenhang eingehender zu analysieren sind. Das erste Argument ist ein rein technisches Argument. Anleihemärkte und damit die sich daraus ergebenden Zinskurven unterliegen einem täglichen, teilweise kontinuierlichem Handel und lassen sich daher zumindest Tag genau exakt feststellen. Für das Modell der ÖBFA sollte zumindest eine monatliche Beobachtung gegeben sein. Viele makroökonomische Variable werden nur in größeren Abständen und mit größeren Zeitverzögerungen gemessen. Im vorliegenden Fall sollte daraus für den EONIA Zinssatz kein Problem entstehen. Die Inflationsrate wird zumindest monatlich gemessen, wenn auch nur mit einer gewissen Zeitverzögerung. Der Output Gap basiert auf Schätzungen des GDP und wird nur mit großen Zeitverzögerungen und größeren Frequenzen publiziert. In Summe stehen dem Prognosemodell zumindest für Inflation und Output Gap immer nur im Vergleich zur aktuellen Zinskurve veraltete Werte zur Verfügung.

Das zweite Argument gegen die Verwendung von makroökonomischen Variablen beruht zunächst auf der Effizienzmarkthypothese, die sinngemäß besagt, dass in einer beobachteten Zinskurve alle marktrelevanten Informationen zum jeweiligen Beobachtungszeitpunkt beinhaltet sind. Wenn man ein Prognosemodell mit makroökonomischen Variablen verwendet, muss man dabei annehmen, dass man über ein gutes Prognosemodell für die makroökonomischen Variablen besitzt und ein gutes Modell zur Beschreibung des Einflusses dieser Variablen auf die Zinskurve hat (dh das vorhin genannte technische Problem im Griff hat). In Märkten, in denen die Effizienzmarkthypothese weitgehend erfüllt ist, verhalten sich die Zeitreihen von Zinssätzen sehr ähnlich wie Random Walks und sind folglich auch sehr schwer prognostizierbar.

Die Frage, ob die Verwendung von makroökonomischen Variablen die Prognosequalität des Modells verbessert, kann letztlich nur empirisch beantwortet werden. Wir sind dieser Frage im Anhang, Abschnitt 3, ausführlich nachgegangen. Wir haben das Modell der ÖBFA in mehreren Varianten und für mehrere Prognosehorizonte mit der jeweiligen Modellvariante ohne Einsatz der makroökonomischen Variablen in einem Out-of-sample Test gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, dass der mittlere quadratische Fehler in nahezu allen Varianten durch die Hinzunahme der makroökonomischen Variablen zunimmt (es zeigt sich auch, dass dieser Effekt geringer ist, wenn man nur den Output Gap nicht verwendet).

Dem entgegenzuhalten sind empirische Studien für andere Märkte, aus denen hervorgeht, dass makroökonomische Variable die Prognosequalität auch verbessern können (vgl. Ang und Piazzesi 2003). Daraus könnte geschlossen werden, dass auch für den vorliegenden Anwendungsfall Marktsituationen auftreten könnten, in denen die Verwendung von makroökonomischen Variablen bessere Ergebnisse liefert.

Wir schließen daraus, dass es letztendlich eine ex ante exogen zu treffende Modellierungsentscheidung ist, ob man makroökonomische Variable im Modell verwenden will oder nicht. Wir sehen daher die aktuelle Vorgangsweise als durchaus akzeptabel, würden aber auch eine Variante ohne Verwendung der makroökonomischen Variablen positiv beurteilen. Innerhalb der verwendeten makroökonomischen Variablen ist der Output Gap aus empirischer Sicht besonders kritisch zu beurteilen.

## **2.4 Prognosemodell für EUR Swap Rates („VAR Modell“)**

Wir betrachten in diesem Abschnitt die dritte Modellkomponente, die das eigentliche Prognoseverfahren umfasst. Die ÖBFA verwendet dafür ein VAR Modell mit Lag 1. Dieses Modell unterstellt im Querschnitt einen linearen Zusammenhang zwischen allen Variablen und einen autoregressiven Zusammenhang zwischen allen Variablen bis zum vorgegebenen Lag.

Wir vergleichen nun in diesem Schritt das Modell der ÖBFA ohne makroökonomische Variable (das ist jene Variante, die die kleinsten out-of-sample Fehler generiert) mit zwei einfachen Benchmarkmodellen:

- Prognose durch die Forwardkurve
- Prognose durch den aktuellen Wert

Bei der Prognose durch die Forward Kurve geht man von der Gültigkeit der Zinserwartungshypothese aus (vgl. Cochrane 2005, Kapitel 19), die besagt, dass der beste Prognosewert für einen Zinssatz in der Zukunft der aktuell beobachtbare Terminzinssatz für die gleiche Laufzeit ist. Bei der Prognose durch den jeweils aktuellen Wert geht man davon aus, dass alle Zinssätze einem Random Walk folgen, dh dass es keine bessere Prognose als den heutigen Wert gibt (die sogenannte „starke Form“ der Effizienzmarkthypothese).

Unsere im Anhang, Abschnitt 4, beschriebenen Ergebnisse zeigen, dass das VAR Modell zumindest in den letzten Jahren bessere Ergebnisse liefert als Prognosen durch die Forwardkurve. Unsere Ergebnisse zeigen allerdings ebenso eindeutig, dass eine Prognose durch den aktuellen Wert noch bessere Ergebnisse liefert. Im Vergleich zu empirischen Studien für andere Märkte (vgl. Bolder 2006, sowie Bolder und Liu 2007) sehen wir, dass das Modell der ÖBFA eine vergleichbare Prognosequalität liefert. Wie im vorigen Abschnitt gilt auch hier das Argument, dass nicht auszuschließen ist, dass in zukünftigen Marktsituationen das VAR Modell bessere Ergebnisse liefern kann. Nachdem die Prognoseergebnisse des „reinen“ VAR Modells durch die Kalibrierung an die Primary Dealer Quotes ohnehin noch modifiziert werden, kann aus diesem Teilergebnis nicht auf die gesamthafte Güte des Zinsprognosemodells geschlossen werden, vor allem weil aufgrund zu kurzer Zeitreihen noch keine vergleichbaren out-of-sample Tests der Primary Dealer Quotes vorliegen. Wir empfehlen möglichst zeitnah diese out-of-sample Tests unter Einbeziehung aller Modellvarianten, dh auch der Primary Dealer Quotes, zu wiederholen und erst dann zu entscheiden, ob das VAR Modell weiter verwendet werden soll. Eine weitere Option besteht in der Möglichkeit das VAR Modell statt mit den Levels der Variablen mit deren Ersten Differenzen zu schätzen. Unsere Analysen (siehe Anhang, Abschnitt 5) zeigen, dass diese Variante bessere Ergebnisse liefert.

## **2.5 Kalibrierung auf Primary Dealer Quotes**

Wie schon im vorigen Abschnitt beschrieben, kann der Einfluss der Kalibrierung auf Primary Dealer Quotes nicht endgültig validiert werden, weil derzeit noch keine vergleichbaren Zeitreihen jener Primary Dealer Quotes vorliegen, die die ÖBFA aktuell verwendet. Aus rein modelltheoretischer Sicht spricht vieles dafür, solche Experteneinschätzungen ergänzend in die Prognose einfließen zu lassen. In vielen Bereichen der Kreditrisikomessung ist es absolut üblich, zusätzlich zu empirisch beobachteten Fakten (z.B. Bilanzkennzahlen) auch Experteneinschätzungen (z.B. Ratings der großen Ratingagenturen) in die Prognose mit einfließen zu lassen. Auch im professionellen Aktienportfoliomanagement werden vielfach Expertenprognosen für bestimmte Kennzahlen (z.B. Kurs-Gewinn-verhältnis, Dividendenrendite) zum Einsatz gebracht. Auch für Zinsprognosen erscheint uns dieser Ansatz absolut gangbar zu sein.

Um zumindest einen annäherungsweisen Eindruck von der empirischen Eignung der von der ÖBFA eingesetzten Methodik zu gewinnen, haben wir versucht, die generelle Eignung von Dealer Quotes zur Prognose für EUR-Zinsen (in diesem Fall Zinsen für deutsche Staatsanleihen) anhand historischer Daten zu untersuchen (siehe Anhang, Abschnitt 7). Dazu vergleichen wir auf monatlicher Basis für den Zeitraum von Juni 2002 bis Ende 2017 die Bloomberg zur Verfügung gestellten Prognosen von

einer größeren Zahl (meist etwa 20) anerkannten Marktteilnehmern für die deutschen Staatsanleihen mit einer Laufzeit von zwei bzw. zehn Jahren. Für Prognosehorizonte von drei, sechs und zwölf Monaten vergleichen wir diese Prognosen (sowohl Mittelwert als auch Median) einerseits mit den tatsächlich eingetretenen Werten und andererseits mit einer einfachen auf Basis der Forwardkurve erstellten Prognose. Dabei zeigt sich zunächst, dass die Prognosegüte der Dealer von der Größenordnung des Prognosefehlers her akzeptabel ist. Man sieht aber auch, dass der Prognosefehler etwas größer ist als bei der Verwendung von Forward Rates. Anhand einer einfachen Regressionsanalyse können wir auch feststellen, dass die Hinzunahme dieser Dealer Prognosen zu den Forward Rates zu keiner statistisch signifikanten Verbesserung der Prognosegüte führt.

Man kann dieses Ergebnis allerdings nicht direkt auf das zu validierende Prognosemodell übertragen, weil zwei wesentliche Unterschiede im Anwendungskontext vorliegen. Der erste (triviale) Unterschied besteht in der Zusammensetzung der Gruppe an Marktteilnehmern, auf deren Basis die Prognose erstellt wird. Der zweite (möglicherweise schwerwiegendere) Unterschied besteht in der Tatsache, dass im Modell der ÖBFA die Dealer Prognosen ein rein auf Vergangenheitsdaten basierendes VAR-Modell ergänzen sollen, während in unserer Validierungsrechnung die Dealer Prognosen zur Ergänzung von Forward Rates eingesetzt wurden, die ja bereits implizit eine Markteinschätzung beinhalten. Wir waren innerhalb unseres Auftragsrahmens nicht in der Lage, die Kalibrierung des von der ÖBFA entwickelten VAR-Modells auf die Dealer-Quotes aus Bloomberg für Validierungszwecke geeignet nachzubilden. Wir empfehlen daher, die aktuell eingesetzte Methode in diesem Sinne noch eingehender zu validieren.

## 2.6 Regime Switch

In der aktuellen Situation auf den Zinsmärkten in der Eurozone spielt die Einschätzung der zukünftigen Zinspolitik der EZB eine ganz zentrale Rolle. Seitdem die EZB ihre Politik – auf eine historisch gesehen einzigartige Weise – vorrangig auf die Erhaltung der Finanzmarktstabilität und die Bekämpfung der Finanz- und Staatsschuldenkrise ausgerichtet hat – wird die Entwicklung der Zinssätze in der Eurozone in einem sehr starken Ausmaß (in der Einschätzung vieler Marktteilnehmer noch nie dagewesenem Ausmaß) von den Aktionen der EZB beeinflusst. Folglich hängt die Qualität jeglicher Zinsprognose sehr stark von der Einschätzung der zukünftigen Zinspolitik der EZB ab.

Während die EZB im Gegensatz zur FED bis zu ihrer Politikänderung nach der Finanzkrise sich hauptsächlich darauf beschränkte die Leitzinsen am kurzen Ende der Zinskurve in kleinen Schritten auf die von ihr gewünschten Zielwerte des Marktzinsniveaus zu setzen, besteht die aktuelle Zinspolitik der EZB aus drei weiteren maßgeblichen Politikelementen, die massiven Einfluss auf den Verlauf der Zinssätze in der Eurozone haben.

- **Negative Leitzinsen.** Die EZB versucht in der aktuellen Zinspolitik die kurzfristigen Zinsen durch das Setzen ihrer Leitzinsen auf extreme, jeder Gleichgewichtsüberlegung widersprechender Werte (d.h. in den negativen Bereich), das kurze Ende der Zinskurve für risikolose Anlagen und Ausleihungen de facto im Bereich um Null zu halten (Nullzinspolitik).
- **Anleihekaufprogramme.** Die EZB versucht durch verschiedene Anleihekaufprogramme durch eine neuartige Offenmarktpolitik massiv die Zinssätze am langen Ende der Zinskurve zu beeinflussen und auf einem sehr tiefen Niveau zu halten.
- **Gesenkte Anforderungen an die Bonität von Kreditsicherheiten.** Durch das Senken der Anforderungen an das Mindestrating von Kreditsicherheiten für Geldmarktausleihungen bei den lokalen Notenbanken hat das Eurosystem (in Verbindung mit dem ESM) die Credit Spreads in der Eurozone (und damit die effektiv gehandelten Zinssätze) massiv reduziert.

Es ist aus diesen Gründen absolut richtig, die EZB Zinspolitik als maßgeblichen Einflussfaktor für ein Zinsprognosemodell in der Eurozone zu sehen und durch verschiedene Typen der Zinspolitik („Regimes“) zu modellieren. Ein darauf aufbauendes Regime Switching Modell ist dabei durch folgende Komponenten charakterisiert, die durch eine geeignete Parametrisierung abgebildet werden müssen.

- Anzahl der möglichen Regimes.
- Eigenschaften der Regimes.
- Mögliche Übergangszeitpunkte zwischen Regimes.
- Übergangswahrscheinlichkeiten für Regimes.

An dieser Stelle ist zu beachten, dass die Voraussetzungen für eine zur Gänze statistisch fundierten Modellierung eines Regime Switch Modells aufgrund der sehr kurzen historischen Zeitreihen nicht gegeben sind. Es ist daher sinnvoll dieses Modell möglichst sparsam, d.h. mit möglichst wenigen festzulegenden Parametern zu gestalten. Ebenso sollten möglichst wenige dieser Parameter nicht durch statistisch-empirische Überlegungen sondern durch Experteneinschätzung festgelegt werden. Eine Modellierung ohne jede Experteneinschätzung halten wir allerdings keinesfalls für zielführend.

Das vorliegende Modell der ÖBFA geht von folgender Parametrisierung aus:

- Anzahl der möglichen Regimes: 2
- Eigenschaften der Regimes: Für das „Normalregime“ werden die Parameter mit dem VAR-Modell anhand der gesamten verfügbaren Zeitreihe (1999 – heute) geschätzt. Für das „EZB-Regime“ werden die Parameter mit dem VAR-Modell anhand der nach der Finanz- und Schuldenkrise liegenden Zeitreihe (August 2012 – heute) geschätzt.
- Der mögliche Übergangszeitpunkt zwischen den beiden Regimes wird mit dem Ultimo 2018 festgelegt.
- Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den beiden Regimes beträgt 1.

Diese vier Parametrisierungsschritte sind unterschiedlich zu beurteilen. Es ist für uns – aus der Anforderung an ein sparsames Modell - eindeutig sinnvoll, sich nur auf nur zwei mögliche Regimes festzulegen. Bei der Festlegung der Eigenschaften der Regimes ist die Festlegung der jeweiligen historischen Perioden, anhand derer die Parameter empirisch geschätzt werden, entscheidend. Die Wahl des August 2012 für den Beginn des EZB-Regimes ist sehr gut anhand der historischen Entwicklung in der EZB (insb. durch die deutliche Vertretung der neuen EZB-Politik nach außen durch Mario Draghi) nachvollziehbar. Nicht ganz so klar ist die Vorgabe, die Parameter für das Normalregime durch Verwendung der gesamten Zeitreihe, die ja auch das EZB-Regime mitbeinhaltet, zu schätzen. Die sich daraus ergebende Parametrisierung ist damit eine Art „Mischung“ aus den Eigenschaften des EZB-Regimes und den Eigenschaften des Regimes davor. Diese Festlegung ist – zumindest isoliert betrachtet – angreifbar, wird aber unseres Erachtens durch die Wahl der Übergangswahrscheinlichkeit mitigiert. In den meisten Regime Switching Modellen wird die

Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Regimes mit Werten kleiner als 1 angenommen, wodurch die resultierende Prognose immer eine „Mischung“ aus den Eigenschaften der beiden Regimes darstellt. Im Fall des vorliegenden Prognosemodells der ÖBFA wird diese Mischung durch das Anwenden einer „vermischten“ historischen Zeitreihen bei der Parameterermittlung erreicht und nicht durch die Mischung durch eine Übergangswahrscheinlichkeit von kleiner als 1. Von der ökonomischen Intuition her sind beide Vorgangsweisen als gleichwertig einzustufen. Man muss nur beachten, dass bei weiterer Anwendung dieser Methode in der Zukunft das Gewicht des EZB-Regimes in der Parameterschätzung immer zunimmt und damit auch die implizite Wahrscheinlichkeit des EZB-Regimes in der sich ergebenden Mischung. Hier würde man aber eher eine in der Zukunft eher abnehmende (oder zumindest nicht steigende) Wahrscheinlichkeit für das Weiterbestehen des EZB-Regimes erwarten. Wir halten dennoch zum aktuellen Zeitpunkt die gewählte Vorgangsweise für gut vertretbar, empfehlen aber für die Zukunft diese Parametrisierung entsprechend zu modifizieren.

Der letzte und ganz entscheidende Punkt ist die Festlegung des Zeitpunkts für den Übergang der Regimes mit dem Jahresende 2018. Es ist klar, dass man die Wahl dieses Zeitpunkts nicht mit statistisch-empirischen Methoden validieren kann. Aus rein qualitativer Perspektive fällt auf, dass die an den Forward Rates und an Analystenberichten ablesbare „Marktmeinung“ eher von einem späteren Übergangszeitpunkt ausgeht. Die ÖBFA hat mit diesem frühen Termin eine sehr konservative und vorsichtige Annahme getroffen, die wir – auch angesichts des bevorstehenden Wechsels im Amt des EZB-Vorsitzenden - für durchaus plausibel halten.



## 2.7 Prognose der Spreads zur Zinskurve für österreichische Bundesanleihen

Im vorliegenden Zinsprognosemodell wird die Verteilung der Spreads durch eine Verteilung mit sich aus der Betrachtung der historischen Zeitreihen gewünschten Eigenschaften (Rechtsschiefe, erhöhte Kurtosis) – einer Chiquadrat-Verteilung mit drei Freiheitsgraden und drei weiteren Parametern – approximiert. Wir untersuchen in diesem Abschnitt die Prognosegüte des konkret eingesetzten Modells anhand der Analyse der Anpassungsgüte an die empirische Verteilung der Spreads.

Wir vergleichen die Verteilung der seit 2000 beobachteten Spreads auf monatlicher Basis mit der von der ÖBFA für die Prognose verwendeten Verteilung. Es zeigt sich dabei recht deutlich (vgl. Anhang, Abschnitt 6 sowie Figure 21), dass die Anpassungsgüte nicht gut ist (so muss anhand eines statistischen Anpassungstests die Nullhypothese, dass die beobachteten Daten aus der angenommenen Verteilung stammen, eindeutig verwerfen). Die Ursache für diese unbefriedigende Anpassungsgüte kann in mehreren potenziell in Frage kommenden Faktoren liegen:

- Die verwendeten Parameterwerte sind nicht optimal.
- Die Chiquadratverteilung per se ist doch nicht geeignet.
- Die Annahme, dass alle Spreads aus der gleichen Verteilung stammen und damit alle Parameter konstant über die Zeit sind, ist unzutreffend.
- Der Anpassungstest über die volle historische Periode lässt sich aufgrund der „Sondersituationen“ zwischen 2009 und 2014 nicht auf die Zukunft übertragen.

Eine tiefer gehende Analyse der Ursachen und ein Vergleich mit möglichen Alternativen liegen außerhalb des Auftrags für dieses Gutachten. Wir empfehlen daher für zukünftige Prognosen des Spreads den Anpassungstest für möglicherweise geeignetere kürzere Vergleichsperioden aus der jüngeren Vergangenheit zu wiederholen und auf jeden Fall die Ergebnisse mit Alternativvarianten (vor allem mit zeitveränderlichen Parametern, wie bei der Prognose der EUR-Swaprates) zu vergleichen und gegebenenfalls die Prognosemethode in diesem Punkt anzupassen.

Sollte sich herausstellen, dass die Prognose der Spreads generell nicht mit ausreichender Qualität erfolgen kann, sollte auch die Alternative geprüft werden, den gesamten Setup des Prognosemodells dahingehend zu verändern, dass die Schätzung des VAR-Modells (und alle weiteren Modellschritte) direkt zur Prognose der Zinsen für österreichische Bundesanleihen erfolgt statt wie derzeit zur Prognose der EUR-Swaprates.

### 3 Zusammenfassung

Die ÖBFA hat ein neues Zinsprognosemodell entwickelt, das im Bundesministerium für Finanzen für den Zinsteil der mittelfristigen Budgetplanung eingesetzt werden soll. Das Modell basiert auf einer einfachen Parametrisierung der Zinskurve („Diebold-Li“), wobei die entsprechenden Modellparameter durch Zeitreihenmodelle unter Einschluss mehrerer Kovariate (Makrodaten, Markteinschätzungen) prognostiziert werden. Unser Validierungsbericht analysiert das Modell aus einer qualitativen gesamthaften Sicht und aus einer detaillierteren – dort wo es möglich war – statistisch-empirischen Analyse der einzelnen Modellkomponenten. Zusammenfassend kommen wir zu folgenden Ergebnissen:

- **Gesamthafte Beurteilung des Modellrahmens.** Aus unserer Sicht ist der Modellrahmen aus theoretischer Sicht vernünftig gewählt, nachvollziehbar dargestellt und folgt der einschlägigen wissenschaftlichen Fachliteratur. Allerdings sind Prognosen ganzer Zinskurven für längere Prognosepfade generell sehr schwierig und weisen in der Regel keine sehr hohe Prognosequalität auf.
- **Interpolation und Faktorisierung der Zinsstruktur („Nelson-Siegel“).** Hier folgt das vorliegende Modell sehr eng einem in der wissenschaftlichen Literatur sehr gut abgesichertem Ansatz. Die getroffenen Vereinfachungen sind unseres Erachtens zulässig. Dieser Modellkomponente ist jedenfalls positiv zu beurteilen.
- **Eignung der makroökonomischen Variablen.** Anhand der von uns zur Validierung herangezogenen Daten zeigt sich relativ deutlich, dass die zusätzlich zu den Zinsstrukturvariablen zum Einsatz kommenden makroökonomischen Variablen keine Erklärungskraft besitzen und daher aktuell nicht für die Prognose verwendet werden sollten. Wir weisen aber darauf hin, dass es in zukünftigen Prognosezeitpunkten makroökonomische Variable durchaus eine Erklärungskraft besitzen könnten.
- **Prognosemodell für EUR Swap Rates („VAR Modell“).** Die Validierung des verwendeten Zeitreihenmodells (VAR Modell) zeigt eindeutig, dass seine Prognosegüte besser ist als eine Prognose auf Basis der Forward Rates. Es zeigt sich allerdings auch, dass ein einfaches Fortschreiben des letzten Wertes ein noch besseres Ergebnis liefert. Nähere Analysen zeigen, dass dies deshalb der Fall ist, weil die zu prognostizierenden Zeitreihen de facto Random Walks sind, d.h. durch statistische Verfahren nur trivial (durch Fortschreiben des aktuellen Wertes) prognostizierbar sind. Hier könnte eine Umstellung des VAR Modells auf Erste Differenzen

statt Levels Abhilfe schaffen. Auch hier gilt generell, dass dies in zukünftigen Prognosezeitpunkten nicht mehr der Fall sein muss.

- **Kalibrierung auf Primary Dealer Quotes.** Aus rein theoretischer Sicht erscheint diese Modellkomponente sehr sinnvoll zu sein. Wir können die Prognosequalität der Primary Dealer Quotes mangels geeigneter Daten nicht ausreichend aussagekräftig empirisch validieren. Eine empirische Analyse in einem etwas veränderten Anwendungsrahmen zeigt, dass die Prognosequalität der Primary Dealer Quotes per se akzeptabel ist. Die Hypothese, dass die Primary Dealer Quotes auch geeignet sind, die Prognosequalität des VAR Modells zu verbessern, wird von unseren Analysen nicht gestützt.
- **Regime Switch.** Diese Modellkomponente kann nur qualitativ beurteilt werden. Wir sehen die Vorgehensweise als absolut nachvollziehbar und theoretisch gut fundiert.
- **Prognose der Spreads zur Zinskurve für österreichische Bundesanleihen.** Die empirische Validierung des Prognosemodells für die Spreads zeigt, dass die getroffenen Annahmen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Spreads in unserem Validierungssample keine zufriedenstellende Erklärungsgüte haben.

Wir können mangels verfügbarer Daten keine umfassende empirische Validierung des Zinsprognosemodells durchführen, die für eine abschließende Beurteilung notwendig wäre. Wir können zwar die oben beschriebenen Defizienzen bei einzelnen Modellkomponenten feststellen, sehen jedoch in der Gesamtkonzeption den nachvollziehbaren Versuch, durch entsprechende Kombination verschiedener Modellkomponenten die möglichen Nachteile der einzelnen Bausteine auszugleichen (z.B. sind der Regime Switch und die Einbeziehung der Primary Dealer Quotes für die Prognosegüte ganz entscheidende Modellkomponenten, auf die in der empirischen Validierung nicht eingegangen werden konnte). Es gibt auch eine Reihe möglicher Modifikationen (z.B. monatliche statt jährliche Daten für den Output Gap, Verwendung der Ersten Differenzen im VAR Modell), die die Performance des untersuchten Modells potenziell verbessern könnten, über deren mögliche Auswirkungen wir kein finales Urteil abgeben können. Wir können daher kein endgültiges Urteil über die gesamthafte Validität des Modells abgeben. Wir können nur empfehlen,

- zu jedem Prognosezeitpunkt ex ante zu prüfen, ob ein VAR Modell auf den Levels, ein Var Modell mit den Ersten Differenten oder das Fortschreiben der aktuellen Werte besser für die Prognose geeignet ist und die entsprechenden Werte zu verwenden,
- für einzelne Modellkomponenten (Einbindung der Primary Dealer Quotes, Modellierung der Spreads, evtl. auch eingehendere Analyse der makroökonomischen Variablen) tiefer gehende Analysen anzustellen und auf Basis derer das Modell gegebenenfalls anzupassen und

- Überlegungen anzustellen, ob und inwieweit Vereinfachungen im Zusammenspiel der Modellkomponenten (z.B. direkte Prognose der Zinssätze für österreichische Bundesanleihen, direkte Prognose einzelner Zinssätze anstatt der Nelson-Siegel Parameter) geeignet sind, eine bessere Prognosegüte zu liefern.

## **4 Literaturverzeichnis**

A. Ang, M. Piazzesi. 2003. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables, *Journal of Monetary Economics*, 50, 745–787.

D.J. Bolder. 2006. Modelling term-structure dynamics for risk management: A practitioner's perspective. Bank of Canada, Working Paper No. 2006-48.

D.J. Bolder, S. Liu. 2007. Examining simple joint macroeconomic and term-structure models: A practitioner's perspective. Bank of Canada, Working Paper No. 2007-49.

Cochrane, J. H. 2005. *Asset Pricing, Revised Edition*. Princeton University Press

F.X. Diebold, C. Li. 2006. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130, 337–364.

F.X. Diebold, G.D. Rudebusch, S.B. Aruoba. 2006. The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach, *Journal of Econometrics*, 131, 309–338.

Gasha, J. G., He, Y., Medeiros, C. I., Rodriguez Waldo, M., Salvati, J., & Yi, J. 2010. On the estimation of term structure models and an application to the United States.

## 5 Zeichnung des Gutachtens

Wien, 31. Jänner 2018



Univ.-Prof. Dr. Kurt Hornik



Univ.-Prof. Dr. Stefan Pichler